Marc Emonet

Paris, le 22/11/2022

Etude sur le nombre d'or,
et sur ses mystères…

Principales évolutions des modifications		
Document de base	*Marc Emonet*	*11/9/2016*
Mise à jour	*Marc Emonet*	*22/11/2022*
Compléments avec plans, tableaux magiques et Tétraktys…	*Marc Emonet*	*8/4/2/2025*

Le nombre d'or et ses mystères

Table des matières

Le nombre d'or et ses mystères

Le nombre d'or correspond à une proportion de valeurs qui représentent une cohérence exceptionnelle des mathématiques et de la nature…

*Le **nombre d'or Euclidien** est une définition formelle et précise de φ, avec une base mathématique solide qui date de 300 Av. JC. Le **nombre d'or Pythagoricien** est plus une intuition des rapports harmoniques présents dans la nature, la géométrie et la musique, mais sa nature irrationnelle posait problème aux Pythagoriciens.*

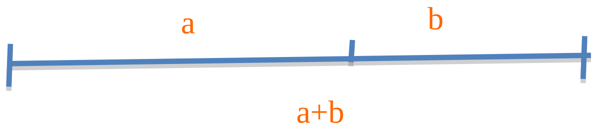
Les hommes ont utilisé ses propriétés volontairement ou involontairement en faisant du beau et des agencements judicieux, mais la tendance a été ensuite de voir ce nombre un peu partout…

1 Principe général

1.1 En géométrie

1.1.1 Linéaire

Le nombre d'or correspond au rapport d'une grande longueur sur la longueur juste inférieure qui reste constant, autrement dit la longueur totale a+b divisé par a est égal au rapport de a sur le segment b.



C'est à dire : $\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b} = \text{Cte} = \Phi$ soit : $a^2-ab-b^2=0$

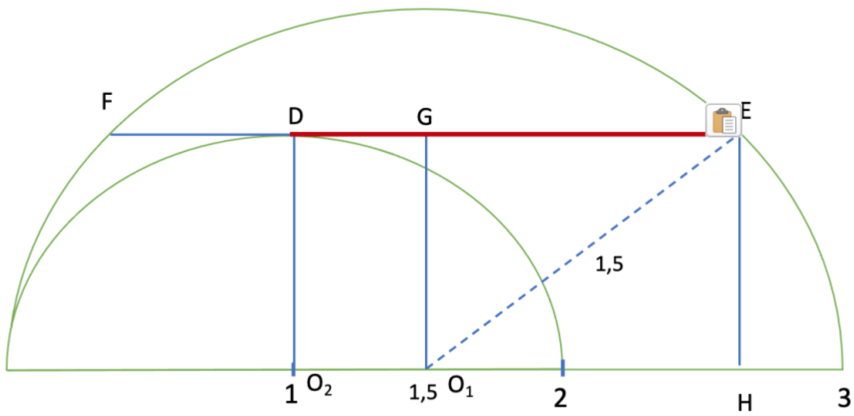
et après division de chaque terme par b^2 : $\frac{a^2}{b^2} - \frac{a}{b} - 1=0$ et en replaçant $\frac{a}{b}$ par X cela donne :

$$\boxed{X^2-X-1=0}$$

Voir ci-après dans la rubrique algèbre les racines de cette équation…

1.1.2 Suivant les plans et les surfaces

Soit 2 demi-cercles de centre O_1 et O_2 de diamètre respectif 2 et 3.
La tangente en D du cercle O_2 coupe le cercle O_1 en E et F ; G est le milieu de EF.



Alors, suivant Pythagore nous avons :

$$GE=\sqrt{(EO_1)^2-(O_1G)^2} = \sqrt{(1{,}5)^2-(1)^2} = \sqrt{1{,}25}$$

$$FE= FG+GE = \sqrt{1{,}25}+\sqrt{1{,}25}= 2\sqrt{1{,}25} = \sqrt{4x1{,}25} = \sqrt{\mathbf{5}}$$

$$\mathbf{DE}=O_2H = \frac{FE}{2} + \frac{1}{2} = \boxed{\frac{\sqrt{\mathbf{5}}+\mathbf{1}}{\mathbf{2}} = \boldsymbol{\varphi}}$$

Le nombre d'or et ses mystères

Plus généralement on a :

$DE = HO_2 = HO_1 + O_1O_2 = \sqrt{5}/2 + 1/2 = \Phi$

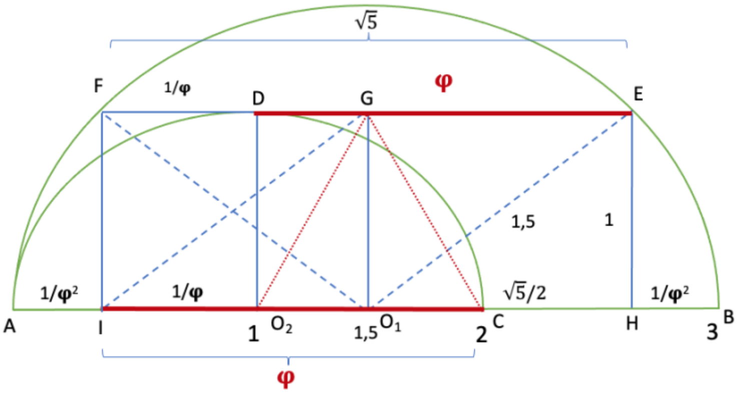
$DF = HC = HO_1 - O_1C = \sqrt{5}/2 - 1/2 = 1/\Phi$

$AH = AO_2 + O_2H = 1 + \Phi = \Phi^2$

$BH = BC - CH = 1 - 1/\Phi = 1/\Phi^2$

$O_2H + HB = \Phi + 1/\Phi^2 = 2$

$AH + HB = \Phi^2 + 1/\Phi^2 = 3$

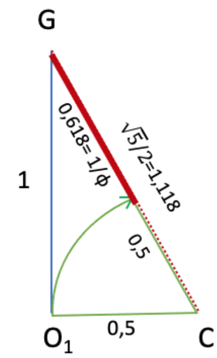


Si on isole le triangle rectangle O_1GC de cotes 1 et $\frac{1}{2}$ son hypoténuse h (suivant Pythagore) est :

$$h=\sqrt{1+\left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{5}}{2} = 1{,}118$$

le segment gras vaut alors :

$$h-0{,}5 = 0{,}618 = \frac{1}{\Phi} \quad \text{d'où} \quad \boxed{\mathbf{\Phi = \frac{1}{0{,}618} = 1{,}618}}$$

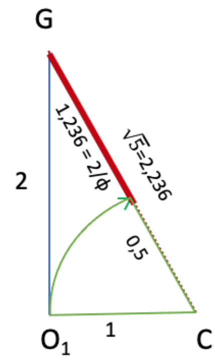


En utilisant ce même triangle rectangle de cotes 2 et 1, son hypoténuse h (suivant Pythagore) est :

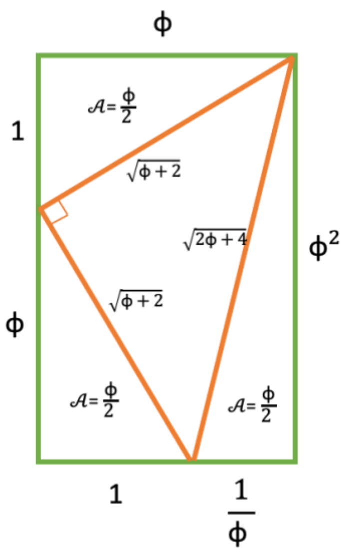
$$h=\sqrt{1+2^2}=\sqrt{5} = 2{,}236$$

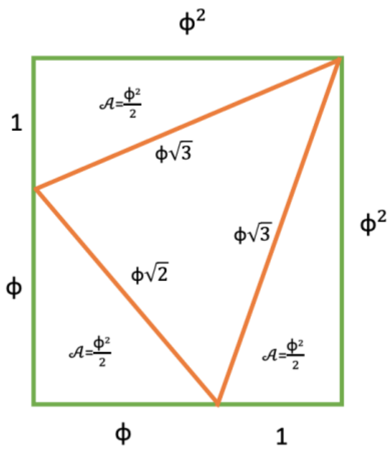
le segment gras vaut

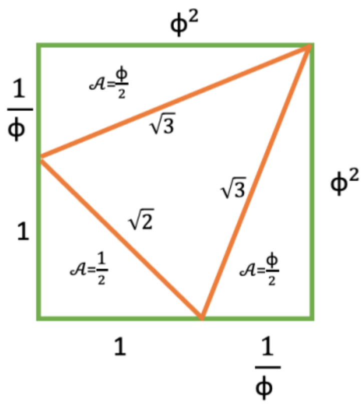
$$h-1 = 1{,}236 = \frac{2}{\Phi} \text{ d'où } \boxed{\mathbf{\Phi = \frac{2}{1{,}236} = 1{,}618}}$$



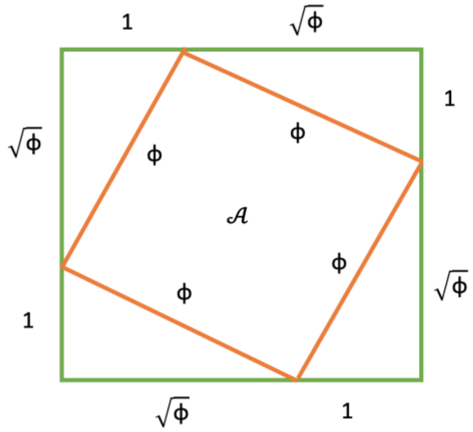
Autres propriétés remarquables en désignant la surface $\mathcal{A}$:







Le nombre d'or et ses mystères



La surface $\mathcal{A}$ du carré de côté **Φ** est égale à :
La surface du grand carré de côté **1+$\sqrt{\varphi}$** auquel on retranche la surface des 4 petits triangles.

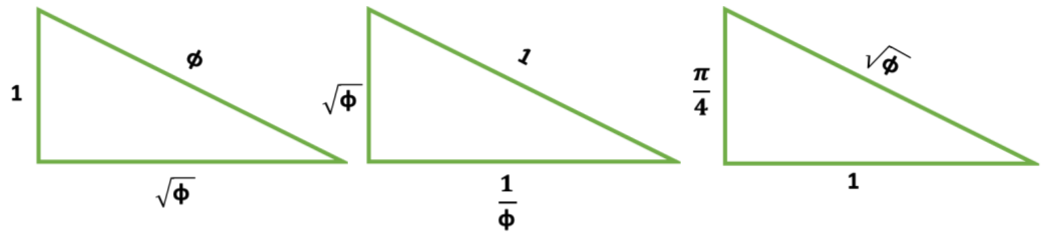
$$\mathcal{A} = \Phi^2 = (1+\sqrt{\varphi})\,(1+\sqrt{\varphi}) - 4\,\left(\frac{1.\sqrt{\varphi}}{2}\right)$$

$$\mathcal{A} = \Phi^2 = 1+\sqrt{\varphi}+\sqrt{\varphi} + \varphi - 2\sqrt{\varphi} = 1 + \Phi$$

Ce qui démontre que $\boxed{\Phi^2 = \Phi+1}$

Ce qui donne, en divisant par **Φ** les 2 termes de l'équation : $\boxed{\Phi = 1+\frac{1}{\Phi}}$

avec :



Donc :

$$\frac{1}{\Phi}=0{,}618 \qquad \Phi=1{,}618 \qquad \Phi^2=2{,}618 \qquad \Phi^3=4{,}618 \qquad \Phi^4=6{,}618\ldots$$

1.2 En arithmétique

Le nombre d'or possède d'étonnantes propriétés :

- Lorsqu'on le multiplie par lui-même, cela revient à lui ajouter 1, à savoir : $\boxed{X^2=X+1}$
- Lorsqu'on lui retranche 1, cela revient à son inverse : $\boxed{X-1=\frac{1}{X}}$

Ce qui finalement revient au même !

1.3 En algèbre

Le nombre d'or est l'une des 2 racines de l'équation X^2-X-1=0 (de la forme $ax^2+bx+c = 0$)
Le déterminant (du type $\Delta=b^2-4ac$) $\Delta=1^2-4(1.(-1))=5$
donc $\Delta > 0$; l'équation possède 2 racines :

$$x_1=-\left(\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right) = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = \frac{3{,}236}{2} \simeq \textbf{1,618 nombre d'or } \Phi$$

$$x_2=-\left(\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right) = \frac{1-\sqrt{5}}{2} = \frac{-1{,}236}{2} \simeq -0{,}618 = -\frac{1}{\Phi} = 1-\Phi$$

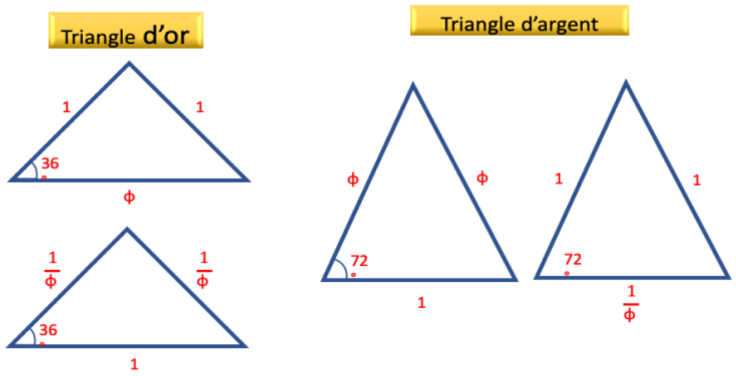
Avec pour résultante : $x_1 + x_2=1$ $x_1 - x_2= \sqrt{5}$ $x_1 . x_2= -1$

2 Les conséquences

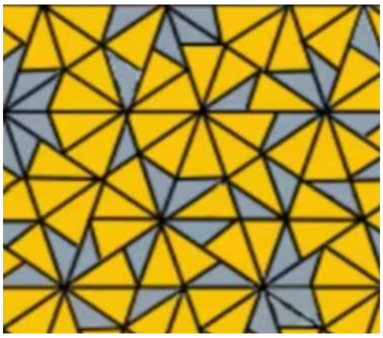
2.1 Les triangles d'or et d'argent

Ce sont des triangles isocèles dont les longueurs des cotés sont soit de 1 soit de Φ.

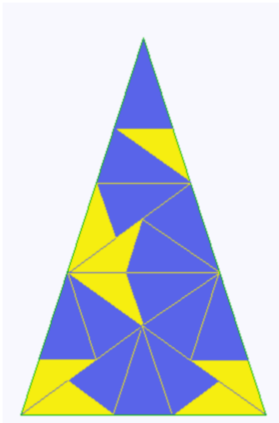
Le nombre d’or et ses mystères



L’association de ces 2 triangles est possible et permet de faire sur un plan un pavage parfait (dit de **Penrose**), sans découpe ni perte et de manière apériodique (c’est à dire sans aucune répétition) ; contrairement aux pavages de carrés, de losanges ou d’hexagones...

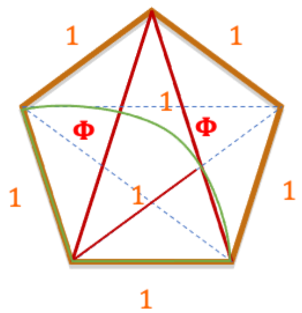


Etape n°4 du découpage en 13 triangles d’or et 8 triangles d’argent

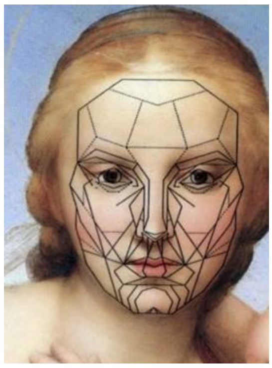


2.2 Le pentagone régulier

Par l’association de ces deux triangles d’or et d’argent, on obtient un pentagone régulier.



Celui-ci est largement utilisé dans la nature par les graines, les fleurs, les feuilles, les pommes, les ananas, les alvéoles du pain de cire des abeilles dans les ruches, les étoiles de mer… et en extrapolant, on peut même considérer : les 5 sens, les 5 doigts de la main… ou les caractéristiques de la beauté d’un visage dont les traits restent dans les proportions du nombre d’or (masque de beauté créé par le Dr Stephen Macquart chirurgien plasticien).



Ce nombre d’or Φ se retrouve également de manière approchante dans plusieurs rapports anatomiques :

La longueur de la bouche/la largeur du nez ≈ Φ

Largeur de l’incisive/largeur de la canine ≈ Φ

Le nombre d'or et ses mystères

Le rapport des longueurs de la 1ère phalange / celle de la 2ème $\approx \Phi$

Le rapport de la longueur de la 2ème phalange /celle de la 3ème $\approx \Phi$

Mais aussi la longueur de l'avant-bras/celle de la main $\approx \Phi$

2.3 Le rectangle d'or

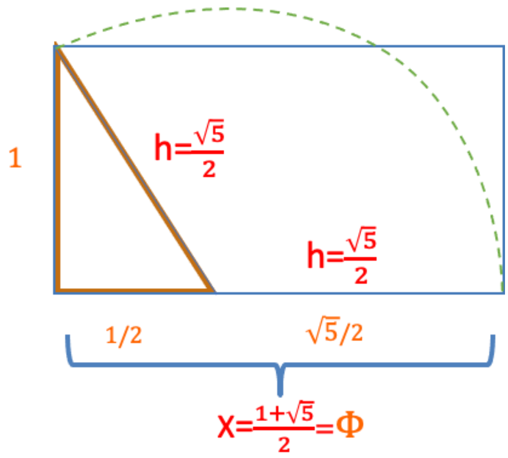
En traçant un triangle rectangle ayant un coté égal à 1 et l'autre égal à ½, alors, l'hypoténuse h vaut suivant le théorème de Pythagore :

$$h^2 = 1^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

C'est à dire qu'elle est égale à

$$h = \sqrt{\left(1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2\right.} = \sqrt{\left(1 + \frac{1}{4}\right)} = \sqrt{\left(\frac{5}{4}\right)} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

En prolongeant le petit côté du triangle de $h = \frac{\sqrt{5}}{2}$ on obtient la valeur $X = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = \Phi$ ce qui correspond au rectangle d'or qui est dans la proportion du nombre d'or, à savoir :

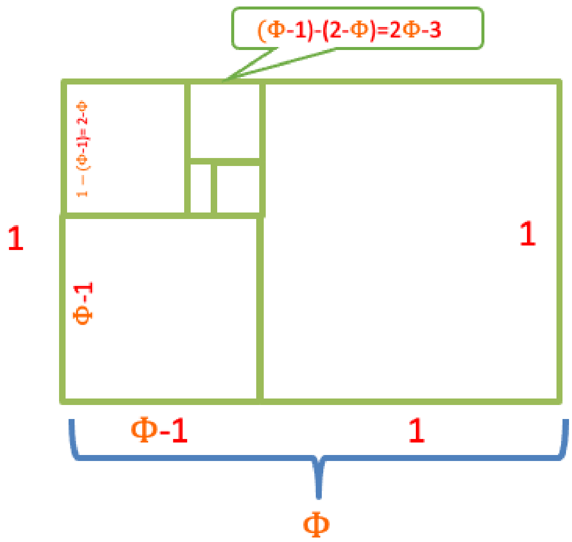


Un coté égal à Φ et l'autre égal à 1

A remarquer que la surface du rectangle S= $1.\left(\frac{1}{2}+h\right) = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = \Phi$

et celle du triangle S= $\left(1.\frac{1}{2}\right)\frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

A partir de ce même rectangle, on peut créer un carré, le rectangle restant est d'or, dans celui ci on peut à nouveau recréer un carré et le rectangle restant est encore d'or et ainsi de suite… une spirale pourra alors s'inscrire dans cette suite de carrés.



Les peintres et sculpteurs ont souvent utilisé ces rapports appelés : « divines proportions ».

Le nombre d’or et ses mystères

Le Parthénon par exemple :

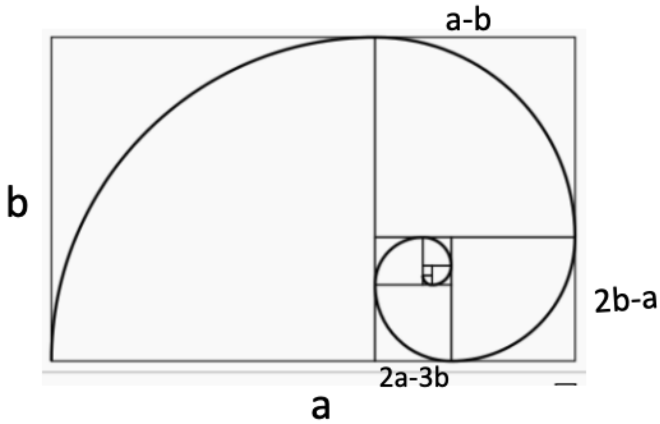
Sur la photo : DC/DE = φ.

2.4 La spirale d’or

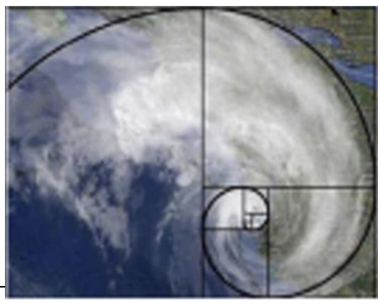
En intégrant un carré de côté b dans un rectangle d'or de côtés a et b, il reste un rectangle qui est encore d'or. Il est possible de réitérer le processus et d'intégrer un nouveau carré de côté $a - b$ dans le rectangle d'or de côtés b et $(a - b)$…

Ce qui correspond à l’équation polaire de la spirale :

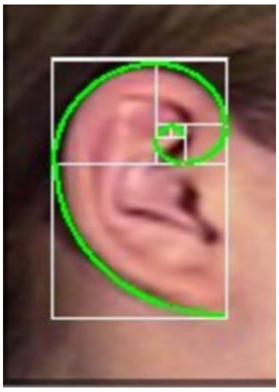
$$\boxed{r(\theta) = r\varphi^{\frac{2\theta}{\pi}}}$$



Il convient de remarquer que de nombreux mollusques, fleurs ou phénomènes de la nature répondent à cette caractéristique particulière…



Le nombre d'or et ses mystères



Dans plusieurs cas les spirales d'or se croient et se combinent comme dans la pomme de pin ou le cœur du tournesol…

3 Relation de Φ avec π

3.1 A partir d'un cercle

Soit un cercle de diamètre D=1, son périmètre est :

$$p=\pi D=3{,}14$$

La coudée $\mathcal{C}$ (mesure utilisée par les Égyptiens) :

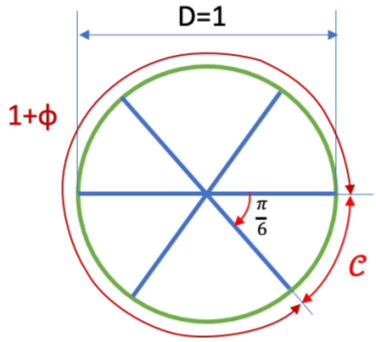
$$\mathcal{C} = \text{l'arc } \frac{\pi}{6} = 0{,}5236$$

La différence $p - \mathcal{C} = 2{,}618 = \Phi^2$

donc $\pi - \mathcal{C} = \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6} = \Phi^2 = \Phi + 1$

d'où :

$$\boxed{\pi - \mathcal{C} = \Phi + 1}$$

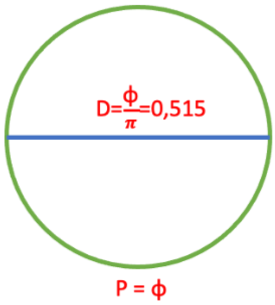


3.2 A partir du cercle d'or

Soit un cercle de périmètre $P=\pi D = \Phi$, son diamètre est :

$$D=\frac{P}{\pi}=\boxed{\frac{\Phi}{\pi}=0{,}515}$$

$$\Phi = 0{,}515\ \pi$$

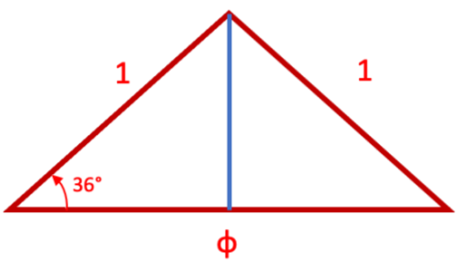


3.3 A partir du triangle d'argent

A partir du triangle d'argent, on trace la hauteur alors :

$$\cos 36° = \cos\frac{360}{10} = \cos\frac{2\pi}{10} = \cos\frac{\pi}{5} = \frac{\Phi}{2} = \frac{1+\sqrt{5}}{4}$$

$$\boxed{\Phi = 2\cos\frac{\pi}{5}} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

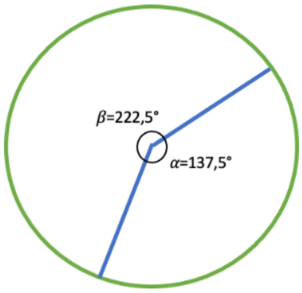


Le nombre d'or et ses mystères

Plus généralement, il existe la formule :

$$\pi = 4\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^k}{2k+1}\left(\varphi^{-2k-1}+\varphi^{-6k-3}\right)= 4\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^k}{2k+1}\left((\varphi-1)^{2k+1}+(2\varphi-3)^{2k+1}\right)$$

3.4 L'angle d'or



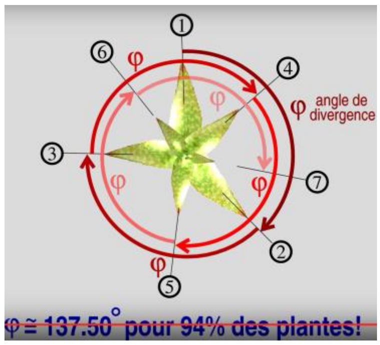
En prenant un cercle de rayon 1, les mesures en radians des angles α et β doivent vérifier : $\boxed{\alpha+\beta=2\pi}$ et les rapports :

$$\frac{\text{grande longueur}}{\text{longueur inférieure}} = \frac{\text{périmètre du cercle}}{\beta} = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{\beta}{\alpha} = \Phi$$

$$\beta = \frac{2\pi}{\Phi} = \frac{360°}{\Phi} = 222{,}5°$$

$$\alpha = \frac{2\pi}{\Phi^2} = \frac{360°}{\Phi^2} = 137{,}5°$$

Les rapports des angles valent : $\frac{360}{222{,}5} = \frac{222{,}5}{137{,}5} = \Phi$



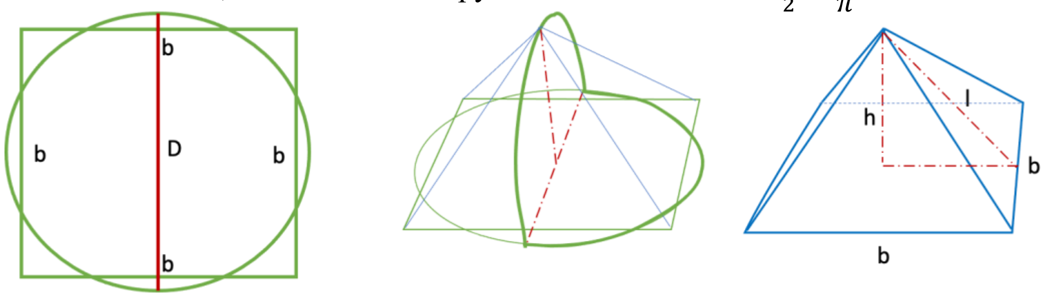
La progression suivant cet angle permet de ne jamais revenir sur le point d'origine.

Certaines plantes (à phyllotaxie) possèdent une structure spiralée, c'est à dire que les feuilles successives poussent sur chaque nœud avec un angle entre elle de 137,5° pour disposer d'un maximum de lumière afin d'optimiser la photosynthèse.

4 Les coïncidences historiques mystérieuses

Soit un cercle de diamètre D de même périmètre p que le carré de côté b, alors p= 4.b= π D d'où D= $\frac{4b}{\pi}$

Si on « lève » verticalement le demi-cercle suivant son diamètre et de rayon $\frac{D}{2}$, on crée, en son sommet au droit du centre, le sommet d'une pyramide de hauteur h = $\frac{D}{2} = \frac{2b}{\pi}$



L'apothème «l» de la pyramide vaut : l= $\sqrt{h^2 + (\frac{b}{2})^2} = \sqrt{\frac{D^2+b^2}{4}}$

Alors le rapport du demi périmètre $\frac{p}{2}$ sur la hauteur h vaut : $\frac{\frac{p}{2}}{h} = \frac{2b}{\frac{2b}{\pi}} = \pi$

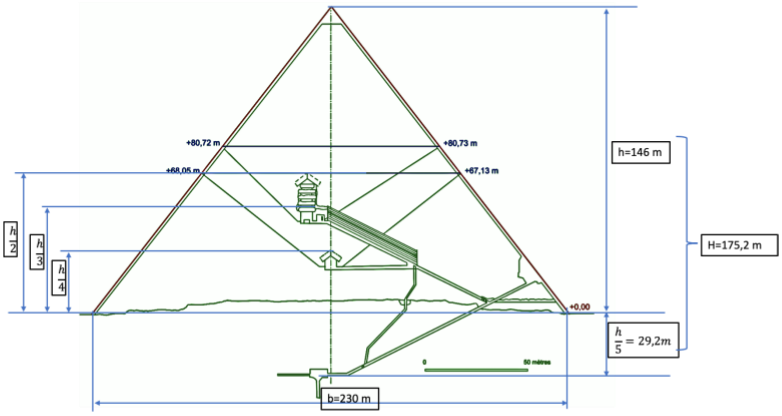
Le nombre d'or et ses mystères

Le rapport de la surface latérale $S_l = 4.\left(\frac{l.b}{2}\right) = 2$ l.b sur la surface de la base $S_b = b^2$ vaut :

$$\frac{S_l}{S_b} = \frac{2\mathrm{l.b}}{b^2} = \frac{2\mathrm{l}}{\mathrm{b}}$$

4.1 Les Egyptiens 2800 av JC

Il convient de remarquer (non sans s'en étonner !) que la pyramide de Khéops (fils de Snéfrou) ayant les dimensions suivantes :



une base b = 440 coudées = 230,35m

une hauteur

h = 280 coudées = 146,5m

une pente de : $\frac{h}{\left(\frac{b}{2}\right)} = \frac{14}{11}$

un apothème de l= $\sqrt{h^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2}$ = 186,33m

ce qui donne (pour les valeurs en mètre) :

$$\boxed{\frac{S_l}{S_b} = \frac{2.\mathrm{l}}{\mathrm{b}} = \frac{372{,}66}{230{,}35} = 1{,}618 \approx \Phi}$$

$$2\mathrm{b}-\mathrm{h} = 460{,}7-146{,}5 = 314{,}2 \approx 100\,\pi$$

$$\frac{b}{2}+\mathrm{h} = \frac{230{,}35}{2}+146{,}5 = 261{,}8 \approx 100\,\Phi^2$$

$$\frac{l}{\frac{b}{2}} = \frac{186{,}33}{115{,}18} = 1{,}618 \approx \Phi$$

$$\frac{l}{h} = \frac{186{,}33}{146{,}5} = 1{,}272 \approx \sqrt{\Phi}$$

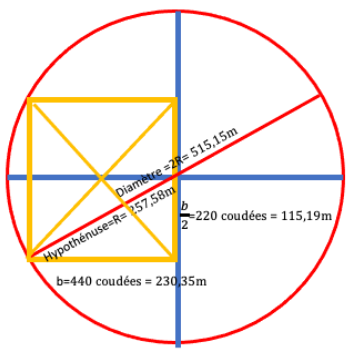
$$\frac{2b}{H} = \frac{460{,}7}{175{,}2} = 2{,}629 \approx \Phi^2$$

$$\frac{2b}{h} = \frac{460{,}7}{146{,}5} = 3{,}145 \approx \pi$$

Autre particularité à remarquer, c'est le pyramidion qui était le « chapeau » et la « référence unitaire » de la pyramide de Khéops (retrouvé sur un autre site), qui a pour dimensions :

hauteur h =1m

base b = 1,57m le demi périmètre est 2b = 1,57+1,57=3,14≈π



P = 515,15 m. π =1618 m=1000 ϕ

En réalité la base carrée de la pyramide de Khéops s'inscrit sans un cercle d'or de rayon R égal à l'hypoténuse du triangle rectangle formé de la base b = 440 coudées = 230,35m et de la demi base $\frac{b}{2}$; le périmètre de ce cercle d'or est

$$P = 2\,\pi R = 2\,\pi\sqrt{230{,}35^2 + 115{,}19^2} = 2\,\pi.257{,}54$$

Le nombre d'or et ses mystères

P=515,15. $\pi = 1618$ m= 1000. Φ

Ce qui aurait tendance à démontrer que les Égyptiens connaissaient le mètre alors qu'ils ont construit les pyramides à partir des coudées royales…

A noter enfin que si l'on exprime le périmètre moyen de la terre (supposée sphérique) $\mathcal{P}$=40.046 km en seconde (en divisant $\mathcal{P}$ par 360 puis par 60 et enfin par 60) on obtient : la valeur d'une seconde d'arc de la terre = $\mathcal{P}/360/60/60$=30,9 m.

En divisant le périmètre du Cercle d'Or (qui fait 100 Φ = 1618 m) par une seconde d'arc de la Terre, soit : $\frac{1618}{30{,}9} = 52{,}36$ = 100 coudée royale !...

Autrement dit : $\boxed{1 \text{ coudée royale} = \frac{10\ \Phi}{1 \text{ seconde d'arc de la Terre}}}$

Malgré les relations qui semblent exister entre Φ et π, il convient de rappeler que ce ne sont que des valeurs approchées et qu'aucun texte ne fait véritablement référence à ces valeurs, de plus, les autres pyramides ont même d'autres valeurs de pentes :

la pyramide de Khéphren 4/3, la pyramide rhomboïdale 7/5…

4.2 Les Grecs 400 ans av JC

Platon évoque déjà l'existence d'une certaine proportion. Les dimensions du Parthénon à Athènes et la décoration des frises se font aussi suivant le nombre d'or.

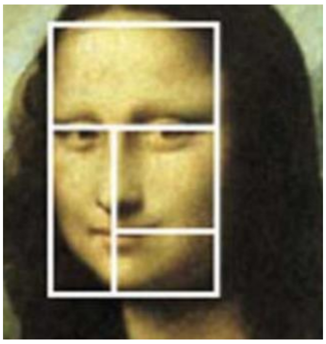
4.3 Euclide 325 av JC

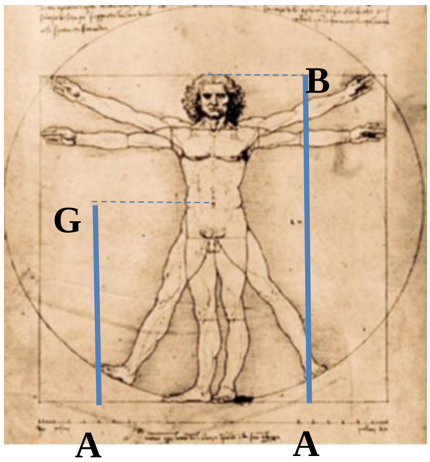
Il explique le partage d'un segment « en extrême et moyenne raison » pour expliquer le nombre d'or et le traduit en langage mathématique.

4.4 Léonard de Vinci en 1490

Léonard de Vinci dessine son « Homme de Vitruve » en 1490 en respectant les proportions : AB/AG=1,618

De même la Joconde s'inscrit dans des rectangles d'or.





D'autres peintres et sculpteurs (comme Michel-Ange…) utiliseront sciemment ou inconsciemment ces proportions et le nombre d'or…

Le nombre d'or et ses mystères

5 La magie des suites et des séries

La puissance n d'un nombre d'or est égale à la somme des puissances n-1 et n-2

$\frac{1}{\Phi} = \Phi - 1$ = 0,618…
Φ = 1,618…
$\Phi^2 = \Phi + 1 \quad = \Phi + 1$ = 2,618…
$\Phi^3 = \Phi^2 + \Phi \quad = 2\Phi + 1$ = 4,236…
$\Phi^4 = \Phi^3 + \Phi^2 = 3\Phi + 2$ = 6,8541…
$\Phi^5 = \Phi^4 + \Phi^3 = 5\Phi + 3$ = 11,0902…
$\Phi^6 = \Phi^5 + \Phi^4 = 8\Phi + 5$ …
$\Phi^7 = \Phi^6 + \Phi^5 = 13\Phi + 8$

… ce qui correspond plusieurs fois à la suite de Fibonacci

5.1 La suite de Fibonacci

C'est une suite découverte en 1202 par Léonardo Fibonacci dont chaque terme est la somme des deux précédents. A savoir : $F_n=F_{n-1}+F_{n-2}$ donne :

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89…

On peut constater que le rapport de deux nombres successifs sont très proches (sans être égaux) et se rapprochent, en tendant vers l'infini, du nombre d'or : $(\frac{F_{n+1}}{F_n}) \rightarrow \Phi$

Chaque nombre n peut aussi se calculer par la formule :

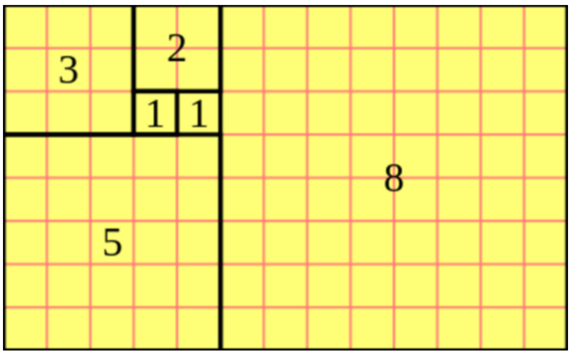
$$F_n = \frac{1}{\sqrt{5}}((\frac{1+\sqrt{5}}{2})^n - (\frac{1-\sqrt{5}}{2})^n)$$

Le terme $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$ étant <1 , élevé à la puissance n, il tend vers 0 pour $n \rightarrow \infty$

ce qui prouve que pour $n \rightarrow \infty$ $Fn \rightarrow \frac{1+\sqrt{5}}{2} = \Phi$

La formule devient : $\boxed{Fn = \frac{1}{\sqrt{5}}(\Phi^n - \Phi'^n)}$

Par ailleurs on peut créer la spirale d'or à partir de la suite de Fibonacci.



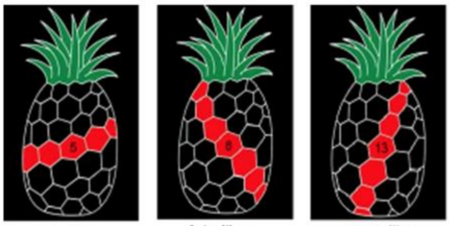
La suite de Fibonacci se retrouve fréquemment dans la nature : plusieurs fleurs comme les marguerites ont des pétales au nombre de 13, 21, 34…

En effet, la phyllotaxie qui étudie l'implantation des feuilles et des rameaux démontre qu'il n'y a pas beaucoup de fleurs ayant 4, 6, 9, 12 pétales !

Le nombre d’or et ses mystères

Les spirales dans un sens et dans l’autre sur la pomme de pin sont au nombre de 3 et 5 ou de 5 et 8 ou de 8 et 13 ce qui correspond à la suite de Fibonacci

De même les écailles d’un ananas sont rangées en spirales au nombre de 5, 8, 13…

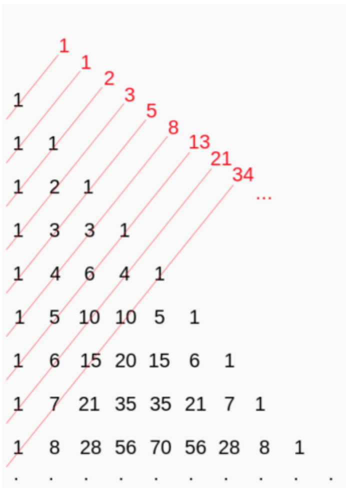


5 écailles... 8 écailles... 13 écailles

Plus généralement on retrouve les dimensions de la molécule d’ADN proche de la suite de Fibonacci. Le rapport entre la longueur de 34 angström et la largeur 21 angström d’un cycle complet de la double hélice est égal au nombre d’or…

5.2 Triangle de Pascal

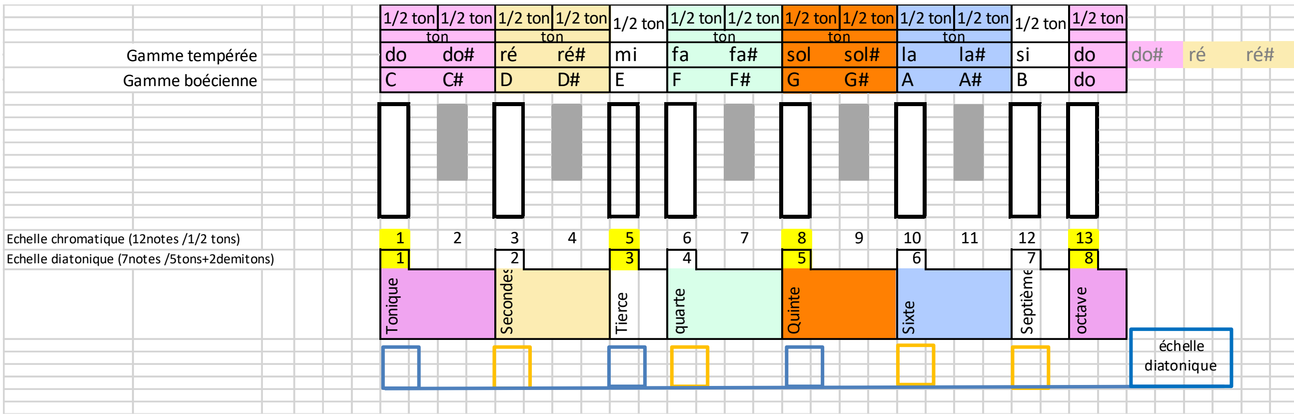
On peut retrouver la suite de Fibonacci (en rouge) dans le triangle de Pascal.



5.3 Les accords en musique

Sur **l’échelle diatonique**, on s’aperçoit que les chiffres 1,1,2,3,5,8,13 constituent les bases des accords harmoniques ; l’accord majeur parfait du Do est : Do, mi, sol ; mais on peut aussi décliner cette propriété de l’accord majeur pour chacune des autres notes…
(voir à ce propos l’étude faite sur la musique)

Le nombre d’or et ses mystères



Les tonalités correspondantes sont harmonieuses pour l’oreille…

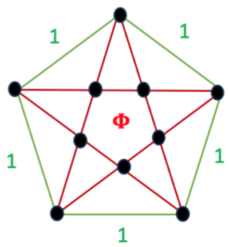
On retrouve $\frac{13}{8} \approx \frac{8}{5} \approx \frac{5}{3} \approx 1{,}6$

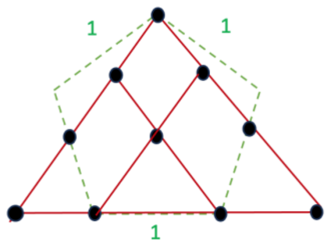
Certains musiciens comme JS Bach utilisent la suite de Fibonacci dans les motifs rythmiques…

5.4 Le tétraktys

Le tétraktys (τετρακτύς) issu de la philosophie pythagoricienne, est une figure triangulaire constituée de dix points disposés en quatre rangées, il symbolise l'ordre et l'harmonie de l'univers, ainsi que les rapports musicaux.

1	o	1 fruit	Âme humaine	Point	Monade	Octave Quinte Quarte Tierce majeur
2	o o	2 géniteurs	Soleil lune	Ligne	Dyade	
3	o o o	3 principes	Sel mercure soufre	Surface	Triade	
4	o o o o	4 éléments	Terre eau air feu	volume	Tétrade	
=10						





- Octave → 2/1
- Quinte → 3/2
- Quarte → 4/3
- Tierce majeure → 5/4

Conclusion :

Ces différentes combinaisons exceptionnelles qui concernent tous les domaines (mathématiques, architectures, peinture, sculpture, nature, …), fruit du hasard ou non, correspondent à une certaine logique, à une cohérence d’ensemble qui contribuent finalement à l’esthétique, à l’harmonieux et à ce que nous considérons comme beau !

Le nombre d'or et ses mystères

6 Autres particularités remarquables de certains chiffres

6.1 Des nombres

Indépendamment du nombre $\Phi \approx 1.618 = (1+\sqrt{5})/2$, il existe le nombre :

- ***π* ≈ 3.1416** : qui correspond au rapport entre la circonférence et le diamètre d'un cercle, mais aussi entre la surface et le carré de son rayon (donc $\pi = P/2R = A/R^2$)**;** il est fondamental en géométrie et en trigonométrie.
- **e ≈ 2.718** : Base du logarithme naturel, omniprésent en analyse et en croissance exponentielle
- **i = √(-1)** : Unité imaginaire, essentiel en analyse complexe…

6.2 Carré magique de chiffres

C'est une grille où la somme des nombres dans **chaque ligne, colonne et diagonale** est identique.
Le carré magique d'ordre n est donnée par la formule générale :

$$S = \frac{n(n^2+1)}{2}$$

où :

- n est l'ordre du carré magique (le nombre de lignes/colonnes),
- Les nombres qui le composent, vont de 1 à n^2,
- S est la « somme magique ».

6.2.1 Carré magique d'ordre 3 (le plus simple)

C'est le plus petit carré magique possible, avec des nombres de **1 à 9** :

	8	**1**	**6**	15
	3	**5**	**7**	15
	4	**9**	**2**	15
15	15	15	15	15

Somme magique = 15 dans chaque ligne, colonne et diagonale.
A noter qu'il est unique (aux permutations circulaires près) et la somme totale de tous ses chiffres est 45

6.2.2 Carré magique d'ordre 4

Un carré magique de **4x4** où la somme magique est **34**

	16	**2**	**3**	**13**	34
	5	**11**	**10**	**8**	34
	9	**7**	**6**	**12**	34
	4	**14**	**15**	**1**	34
34	34	34	34	34	34

Chaque ligne, colonne et diagonale donne 34**.**

6.3 Carré magique de lettres

Ce carré est un palindrome (symétrique) bidirectionnel : il peut être lu **horizontalement et verticalement** dans les deux sens ; il dépend du vocabulaire disponible et n'a pas de somme fixe à respecter.

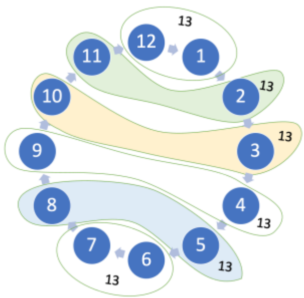
Le nombre d’or et ses mystères

Exemple : le carré de Sator

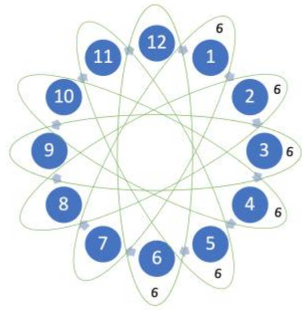
S	A	T	O	R
A	P	E	R	O
T	E	N	E	T
O	P	E	R	A
R	O	T	A	S

6.4 Particularité des cadrans d’horloge

La somme des valeurs symétriques est constante et vaut 13



La différence des valeurs opposées vaut 6



Bibliographie

Titres	Auteurs	Editeurs
Le code secret	Priya Hemenway	Evergreen
Le petit Larousse illustré des symboles et des signes		Larousse

Références :
Sur les nombres et les mathématiques ludiques…
http://villemin.gerard.free.fr/
https://www.gaiamamart.com/a-quoi-sert-nombre-d-or/
http://www.rennes-le-chateau-archive.com/geometrie_sacree_6.php

Sur les pyramides Égyptiennes voir la vidéo sur Youtube : « La révélation des grandes pyramides – secret de construction » diffusé sur RMC Story le 26/8/2022